



Compact

Alex Tatomir

1 $N \leq 100$ (21 de puncte)

O soluție este calcularea valorilor $d[i]$ = numărul maxim de grupe în care se poate împărți prefixul de lungime i sau -1 în caz că este imposibil. Dinamica se poate calcula prin formula $d[i] = \max(d[j] + 1)$ cu $0 \leq j < i$ astfel încât subsecvența $[j + 1, i]$ poate forma o grupă corectă. Dacă pentru fiecare j se verifică în $O(N)$ această condiție, complexitatea soluției este $O(N^3)$.

2 $N \leq 1000$ (49 de puncte)

O optimizare a soluției anterioare este verificarea unei secvențe $[j + 1, i]$ în timp $O(1)$. Pentru acest lucru se poate varia j în ordine descrescătoare, actualizând valoarea maximă și minimă. Pentru ca secvența să fie corectă, trebuie să se respecte condiția ca valoarea $i - j$ să fie egală cu suma frecvențelor numerelor dintre minim și maxim. Această valoare se poate calcula prin menținerea unor sume parțiale pe vectorul de frecvențe. Complexitatea devine $O(N^2)$.

3 $N \leq 1000000$ (100 de puncte)

O soluție în timp $O(N)$ este următoarea.

Se pleacă cu o poziție oarecare i și se extinde grupa inițial formată doar din acest element în stânga și în dreapta. Se observă că dacă într-o grupă în construcție se află un număr x , atunci grupa trebuie să conțină toate numerele situate în șir între prima și ultima apariție a lui x , ceea ce impune o "necesitate" pe un interval de poziții. De asemenea, dacă într-o grupă în construcție există elementele $x \leq y$, atunci grupa trebuie să conțină toate elementele între x și y , ceea ce impune o "necesitate" pe intervalul de valori.

Se pot menține 4 valori $av_poz_stanga, av_poz_dreapta, av_val_stanga, av_val_dreapta$ care reprezintă faptul că s-au procesat pozițiile din intervalul $[av_poz_stanga, av_poz_dreapta]$ și valorile din intervalul $[av_val_stanga, av_val_dreapta]$, și alte 4 valori $nec_poz_stanga, nec_poz_dreapta, nec_val_stanga, nec_val_dreapta$ reprezentând că este nevoie să se proceseze pozițiile din intervalul $[nec_poz_stanga, nec_poz_dreapta]$ și valorile din intervalul $[nec_val_stanga, nec_val_dreapta]$.

Se poate incrementa/decrementa fiecare din valorile care încep cu $av_$ atât timp cât nu satisfac intervalele date de valorile $nec_$.

- procesarea unei poziții va actualiza valorile nec_val_stanga și $nec_val_dreapta$ dacă valoarea de pe poziția respectivă schimbă minimul sau maximum.
- procesarea unei valori va actualiza valorile nec_poz_stanga și $nec_poz_dreapta$ cu cea mai din stânga apariție a valorii, respectiv cu cea mai din dreapta apariție a valorii.

Această soluție are complexitate $O(N^2)$. Pentru a obține complexitate $O(N)$ este necesară procesarea tuturor elementelor dintr-o grupă construită anterior o singură dată. Mai exact, în pasul de incrementare/decrementare a unei valori $av_$ se va procesa toată grupa poziției/valorii respective, în caz că aceasta a fost construită anterior.

Precizăm ca soluții în complexitate $O(N \log N)$ pot lua 100 de puncte de asemenea.